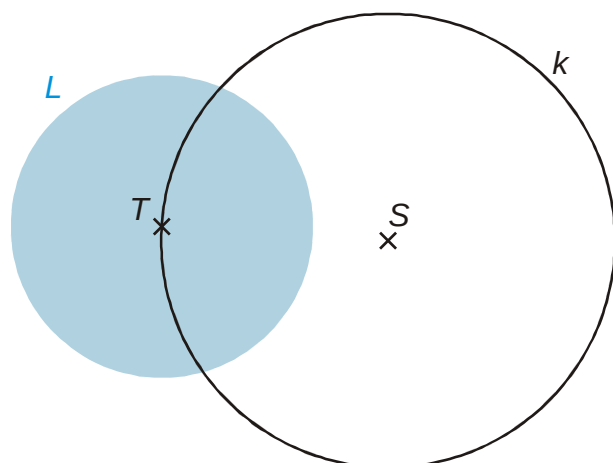


### 3.4.1 Kružnice, kruh

**Předpoklady:** 010405

**Př. 1:** Je dán bod  $S$ . Narýsuj  $k(S; 4\text{cm})$ . Na  $k$  sestroj bod  $T$ . Narýsuj a vytáhni modrou pastelkou  $L(T; 3\text{cm})$ .



Malé písmeno: kružnice (pouze čára).  
Velké písmeno: kruh (plocha).

**Př. 2:** Doplň věty.

“Kružnice  $k(S; r)$  je množina všech bodů  $X$  roviny, pro které platí ...“.

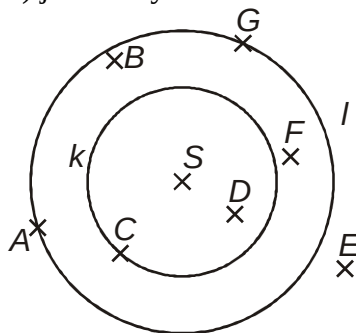
“Kruh  $K(S; r)$  je množina všech bodů  $X$  roviny, pro které platí ...“.

“Kružnice  $k(S; r)$  je množina všech bodů  $X$  roviny, pro které platí  $|XS| = r$  ( $r > 0$ )“.

“Kruh  $K(S; r)$  je množina všech bodů  $X$  roviny, pro které platí  $|XS| \leq r$  ( $r > 0$ )“.

**Př. 3:** Které z vyznačených bodů:

- leží na kružnici  $k$ ,
- jsou body kruhu  $K$ ,
- jsou body kruhu  $L$  a nejsou body kružnice  $k$ ,
- jsou body kruhu  $L$  a leží na kružnici  $k$ .



- Body, které leží na kružnici  $k$ :  $C$ .
- Body, které jsou body kruhu  $K$ :  $C, D, S$ .

- c) Body, které jsou body kruhu  $L$  a nejsou body kružnice  $k$ :  $A, B, F, G, S$ .  
d) Body, které jsou body kruhu  $L$  a leží na kružnici  $k$ :  $C$ .

**Př. 4:** Nakresli (nerýsuj) do obrázku dvě kružnice:  $k(A; 5 \text{ km})$ ,  $l(B; 3 \text{ km})$ ,  $|AB| = 3 \text{ km}$ .

Dokresli do obrázku bod:

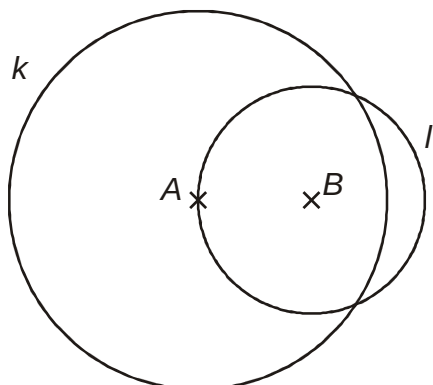
a)  $C; |CA| = |CB| = 2 \text{ km}$ ,

b)  $D; |DA| = 5 \text{ km}; |DB| = 3 \text{ km}$ ,

c)  $E; |EA| < 5 \text{ km}; |EB| > 3 \text{ km}$ ,

d)  $F; |FA| \geq 5 \text{ km}; |FB| < 3 \text{ km}$ .

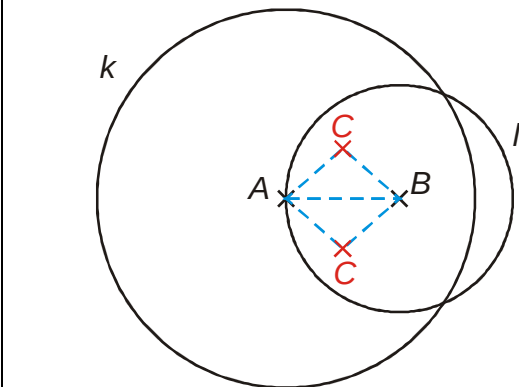
U každého z bodů  $C, D, E, F$  rozmysli všechna místa, do kterých ho můžeme umístit. Kvůli větší přehlednosti nakresli pro každou ze čtyř částí příkladu nový obrázek.



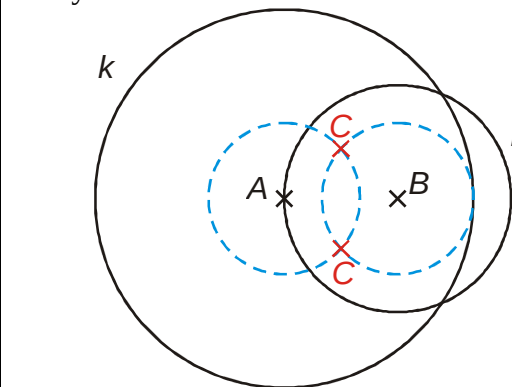
a)  $C; |CA| = |CB| = 2 \text{ km}$

Existují dvě možné polohy bodu  $C$ , které si můžeme představit například jako

vrcholy rovnoramenného trojúhelníka se základnou  $AB$ .



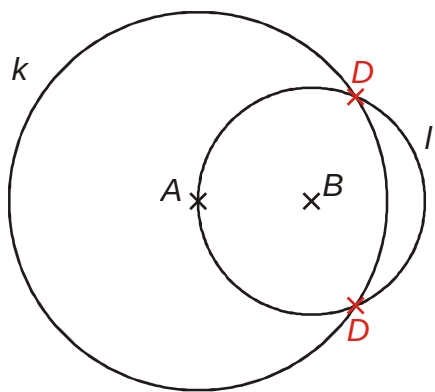
průsečíky dvou kružnic o poloměru 2 cm se středy v bodech  $A$  a  $B$ .



b)  $D; |DA| = 5 \text{ km}; |DB| = 3 \text{ km}$

- $|DA| = 5 \text{ km} \Rightarrow$  bod  $D$  leží na kružnici  $k$ ,
- $|DB| = 3 \text{ km} \Rightarrow$  bod  $D$  leží na kružnici  $l$ ,

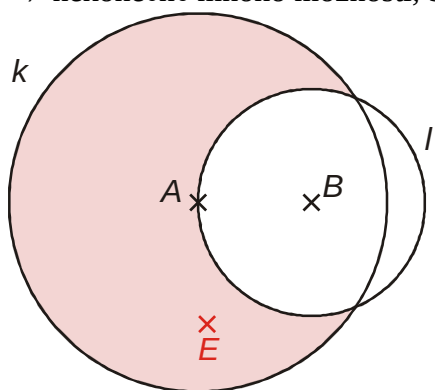
$\Rightarrow$  bod  $D$  leží na průsečíku kružnic  $k$  a  $l$  (jsou tedy dvě možnosti).



c)  $E; |EA| < 5 \text{ km}; |EB| > 3 \text{ km}$

- $|EA| < 5 \text{ km} \Rightarrow$  bod  $E$  leží uvnitř kružnice  $k$ ,
- $|EB| > 3 \text{ km} \Rightarrow$  bod  $E$  leží vně kružnice  $l$ ,

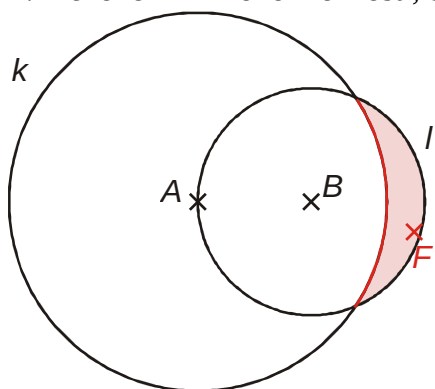
$\Rightarrow$  nekonečně mnoho možností, bodem  $E$  může být každý bod v červeně vybarvené oblasti.



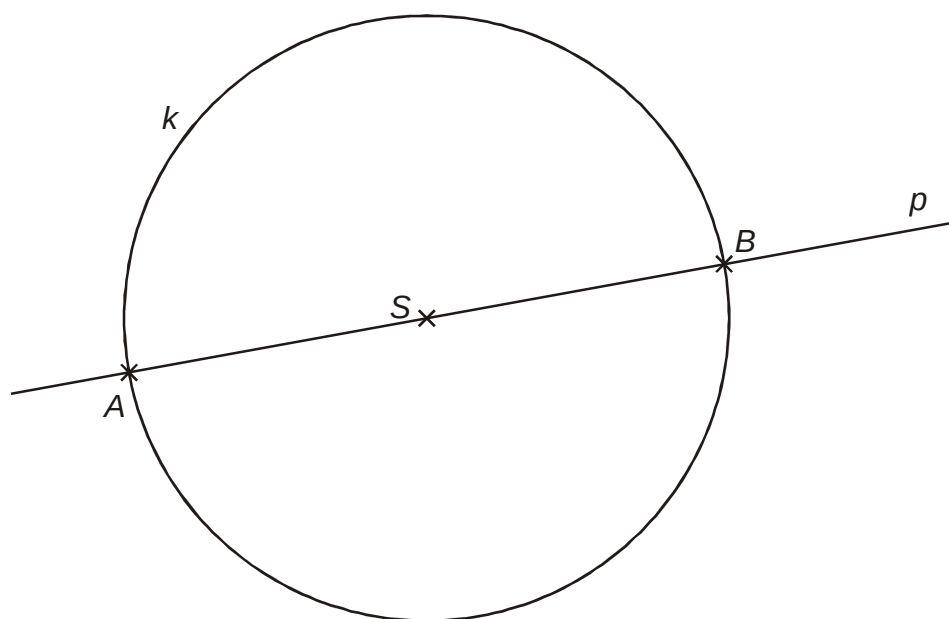
d)  $F; |FA| \geq 5 \text{ km}; |FB| < 3 \text{ km}$

- $|FA| \geq 5 \text{ km} \Rightarrow$  bod  $F$  leží vně nebo na kružnici  $k$ ,
- $|FB| < 3 \text{ km} \Rightarrow$  bod  $F$  leží uvnitř kružnice  $l$ ,

$\Rightarrow$  nekonečně mnoho možností, bodem  $F$  může být každý bod v červeně vybarvené oblasti.



**Př. 5:** Narýsuj kružnici  $k(S; 4\text{ cm})$  a přímku  $p$ ,  $S \in p$ . Průsečíky přímky  $p$  s kružnicí  $k$  označ  $A, B$ . Změř vzdálenosti  $|AB|$ ,  $|SA|$ ,  $|SB|$ . Jak si můžeš ověřit, že jsi rýsoval přesně?

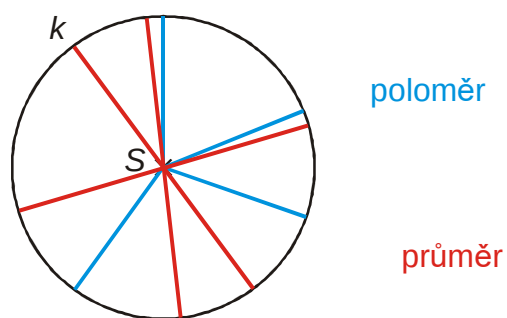


$$|SA| = |SB| = 4\text{ cm}$$

$$|AB| = 2 \cdot |SA| = 8\text{ cm}$$

Pokud jsme rýsovali správně musí se vzdálenosti  $|SA|$  a  $|SB|$  rovnat poloměru a vzdálenost  $|AB|$  dvojnásobku poloměru.

**Př. 6:** Nakresli obrázek, který vysvětluje termíny poloměr a průměr kružnice. Jaký je vztah mezi průměrem a poloměrem? Zkus oba termíny definovat.



Průměr je dvojnásobek poloměru.

Poloměr (modré vzdálenosti): Vzdálenost libovolného bodu na kružnici od středu.

Průměr (červené vzdálenosti): Délka libovolné úsečky, jejíž krajní body leží na kružnici a která prochází středem.

**Př. 7:** Rozhodni o pravdivosti následujících tvrzení.

- Pokud jsou body  $A, B$  body kružnice  $k$ , musí se jejich vzdálenost rovnat průměru kružnice  $k$ .
- Když se vzdálenost bodů  $C, D$  rovná poloměru kružnice a bod  $C$  je jejím středem,

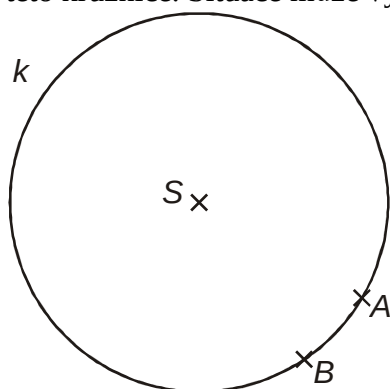
musí bod  $D$  ležet na kružnici.

c) Když se vzdálenost bodů  $E, F$  rovná poloměru kružnice a bod  $E$  leží na této kružnici, musí být bod  $F$  jejím středem.

d) Pokud jsou body  $G, H$  body kruhu, musí být jejich vzdálenost menší než průměr kruhu.

a) Pokud jsou body  $A, B$  body kružnice  $k$ , musí se jejich vzdálenost rovnat průměru kružnice  $k$ .

Nepravda. Skutečnost, že body  $A, B$  leží na kružnici  $k$  neznámá, že úsečka  $AB$  je průměrem této kružnice. Situace může vypadat například takto:

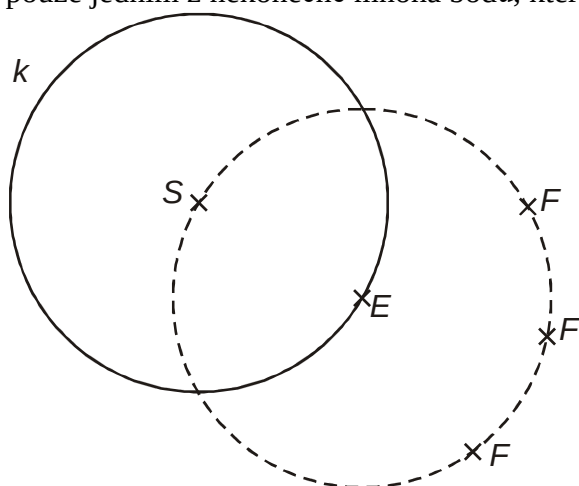


b) Když se vzdálenost bodů  $C, D$  rovná poloměru kružnice a bod  $C$  je jejím středem, musí bod  $D$  ležet na kružnici.

Pravda. Kružnice je množina všech bodů, jejichž vzdálenost od středu je rovna poloměru  $\Rightarrow$  pokud je bod  $C$  středem kružnice a bod  $D$  je od něj vzdálen o poloměr kružnice, musí bod  $D$  na kružnici ležet.

c) Když se vzdálenost bodů  $E, F$  rovná poloměru kružnice a bod  $E$  leží na této kružnici, musí být bod  $F$  jejím středem.

Nepravda. Bod  $F$  musí ležet na kružnici se středem v bodě  $E$ , ale střed původní kružnice je pouze jedním z nekonečně mnoha bodů, které na této kružnici leží.



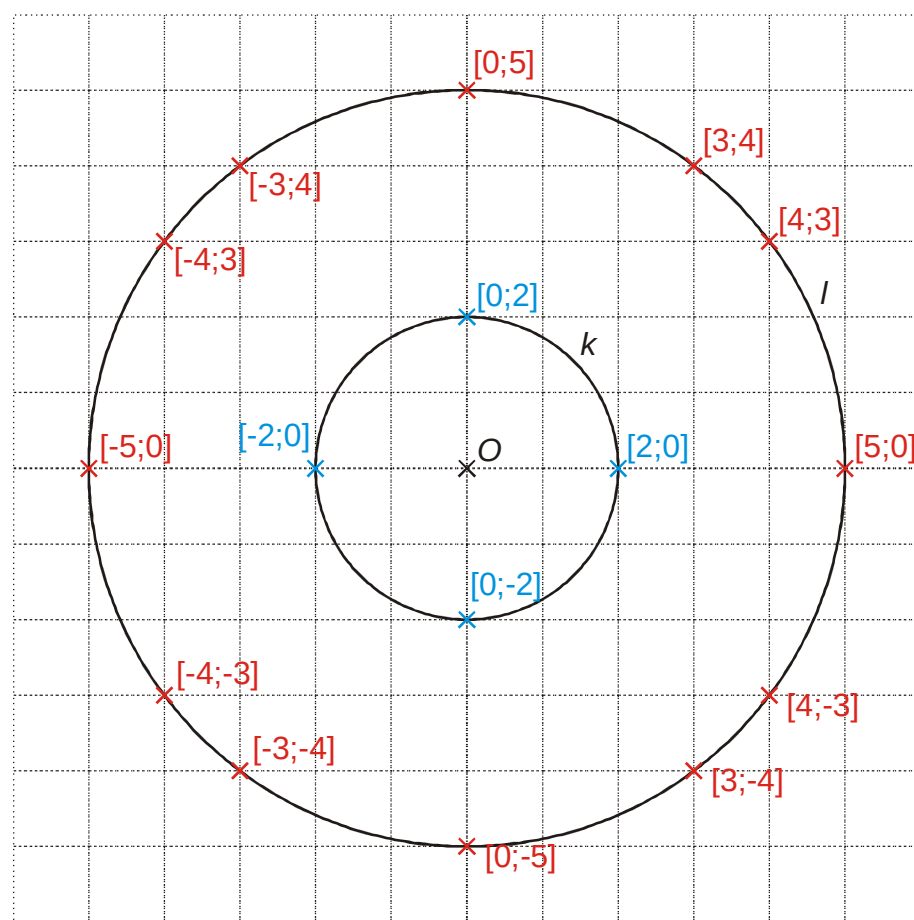
d) Pokud jsou body  $G, H$  body kruhu, musí být jejich vzdálenost menší než průměr kruhu.

Nepravda. Pokud body  $G, H$  představují krajní body průměru kružnice, jejich vzdálenost není menší než průměr kruhu, ale průměru kruhu se rovná.

**Př. 8:** V pravouhlé soustavě souřadnic s počátkem  $O$  je narysována kružnice  $k(O; 2\text{ cm})$ . Zapiš pomocí souřadnic všechny body, které leží na kružnici  $k$  a jejichž souřadnice jsou celá čísla. Zapiš všechny body, které leží na kružnici  $l(O; 5\text{ cm})$  a jejichž souřadnice jsou celá čísla.

Na kružnici  $k(O; 2\text{ cm})$  leží čtyři body, jejichž souřadnice jsou celá čísla:  
 $[2; 0]; [0; 2]; [-2; 0]; [0; -2]$ .

Na kružnici  $l(O; 5\text{ cm})$  leží dvanáct bodů, jejichž souřadnice jsou celá čísla:  
 $[5; 0]; [4; 3]; [3; 4]; [0; 5]; [-3; 4]; [-4; 3]; [-5; 0]; [-4; -3]; [-3; -4]; [0; -5]; [3; -4]; [4; -3]$ .



**Pedagogická poznámka:** Určitě se najde někdo, koho napadne souvislost s Pythagorovou větou. Na kružnici  $k$  najdeme pouze čtyři body, protože neexistuje pravouhlý trojúhelník s přeponou 2 a odvěsnami, jejichž velikost se rovná celému číslu. Naopak existuje pravouhlý trojúhelník s přeponou 5 a odvěsnami o velikostech 3 a 4.

**Př. 9:** Vnitřní zóna havarijního plánování okolo elektrárny Temelín má poloměr 5 km, vnější zóna pak 13 km. Urči poloměr kružnic, které bys musel narýsovat na mapě v měřítku 1:50 000, abys obě zóny na mapě znázornil. Do které zóny patří vesnice Dříteň, která se nachází jižně od elektrárny? Do které zóny patří ještě jižněji položená Zliv? Patří mezi vesnice v zóně havarijního plánování i Ševětín?

**Pedagogická poznámka:** Poslední příklad je myšlen jako domácí úkol. Pokud se jeho kontrolou budete zabývat ve škole, zeptejte se, co znamená termín zóna havarijního plánování.

**Shrnutí:** I velikost písmenka použitého k označení může mít matematický význam.